Prova d'Avaluació Contínua_2 (PAC2)

Presentació

Aquesta PAC consta de 5 problemes, per avaluar els conceptes adquirits en el mòdul 2.

Competències

1. Coneixement de matèries bàsiques i tecnologies, que capacitin per a l'aprenentatge de nous mètodes i noves tecnologies, i dotin l'estudiant d'una gran versatilitat per adaptar-se a noves situacions.
2. Comprensió i domini dels conceptes bàsics de sistemes lineals i les funcionis i transformacions relacionades, i la seva aplicació per a la resolució de problemes propis de l'enginyeria.
3. Capacitat per analitzar, codificar, processar i transmetre informació multimèdia emprant tècniques de processament analògic i digital del senyal.

Objectius

1. Calcular la DFT i DFT inversa.
2. Conèixer la relació entre la DFT i la Transformada discreta de Fourier
3. Analitzar les principals propietats de la DFT i la DFT inversa.
4. Aplicar les equacions de la DFT per resoldre càlculs de transformades.
5. Resoldre la convolució lineal mitjançant la DFT.

Descripció de la PAC a realitzar

Resoldre els problemes proposats

Recursos

Problemes resolts del mòdul 2 que es troben en el fòrum.

Les guies d'estudi del mòdul 2 i l'Oppenheim.

Criteris de valoració

La puntuació de cada problema és 2

Format i data de lliurament

Es lliurarà editada i/o escanejada en un únic arxiu en format PDF, amb el següent nom: cognoms_nom_PAC2.pdf

Exercici 1

Considera la seqüència de 5 mostres $x[n]=\{2,2,2,2,2\}$

(a) Calcula la DFT de N = 6 mostres de $x[n]$, $X_6[k]$

(b) Calcula $X\left(e^{jw}\right)$, la transformada de Fourier de x [n]. Quina és la relació entre $X\left(e^{jw}\right)$ i la DFT $X_6[n]$?

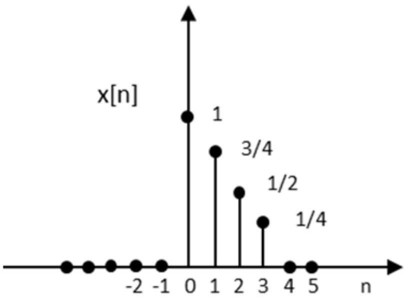
(c) Calcula la DFT de N = 4 mostres de $x[n]$, $X_4[k]$.

(d) Quina és la relació entre $X\left(e^{jw}\right)$ i $X_4[k]$? És la mateixa relació que en (b)? Justifica.

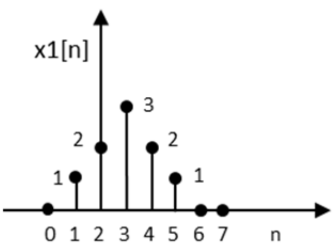
(e) Escriu l'expressió general de la matriu necessària per calcular en forma matricial una DFT de N = 6 mostres. Després simplifica el més possible aquesta expressió (calculant valors de les exponencials) però sense arrodonir o truncar valors.

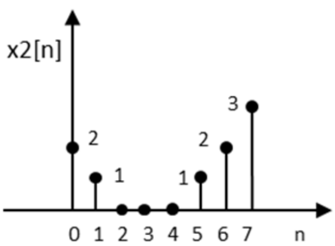
Exercici 2

(a) Si $X[k]$ és la DFT de 4 punts de la seqüència $x[n]$ que es mostra a la figura, dibuixa la seqüència $y[n]$ tal que la seva DFT és $Y[k]=e^{-j\frac{2\pi 3k}{4}}X[k]$. Justifica el dibuix, SENSE calcular explícitament les DFT de $x[n]$ ni de $y[n]$.



(b) Determina la relació entre $X_1[k]$ i $X_2[k]$, les DFT de dos senyals $x_1[n]$ i $x_2[n]$ de longitud $N=8$ que es mostren a la figura. Justifica la relació SENSE calcular explícitament les DFT.





c) Considera les següents seqüències:

$x_1[n]=\{-1,2,0,4\}$, $x_2[n]=\{3,1,-2,4\}$

Utilitzant propietats de la DFT, calcula les DFT de $y_1[n]$ i $y_2[n]$, SENSE calcular explícitament els valors de les seqüències

$$y_1[n] = 5x_1[n] - 3x_2[n]$$

$$y_2[n] = 2x_1[n-2]$$

Exercici 3

Considera les següents seqüències:

$$x_1[n] = \{\underline{2}, 4, 0, 1\}$$

$$x_2[n] = \{\underline{5}, -2, 4, 3\}$$

(a) Calcula la convolució lineal de les seqüències utilitzant les DFT i la propietat de convolució de la DFT.

(b) Calcula la convolució lineal de les seqüències mitjançant la convolució circular i comprova que el resultat coincideix amb l'obtingut a (a)

(c) Calcula la convolució lineal de les seqüències gràficament i comprova que el resultat coincideix amb l'obtingut a (a) i (b).

Exercici 4

Considera les següents seqüències:

x1[n] = [-10, 2, 7, 4]

x2[n] = [3,   5, 2]

(a) Calcula y[n], la convolució circular de N=4 punts aplicant directament l'operació de convolució circular.

(b) Calcula la seqüència y[n] de l'apartat anterior utilitzant la propietat de convolució de la DFT, és a dir, treballant en el domini transformat.

Exercici 5

Calcula la convolució entre x [n] i h [n] utilitzant el mètode de convolució per blocs *overlap-save*. La longitud de h [n] és P = 4. Utilitza blocs de longitud N = 10 (N mostres de x [n])

x[n] = { 6, 4, 2, 0, 1, 3, 5, 6, 5, 3, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 4, 2, 4, 2, 4 , 6, 5, 4, 3}

h[n] = { $\underline{1}$, 2 , 3, 4 }

Soluciones

Ejercicio 1

Considera la secuencia de 5 muestras $x[n]=\{2,2,2,2,2\}$

(a) La DFT de 6 muestras de la secuencia x[n] es

$$X_6[k]=\sum_{n=0}^{5}x[n]e^{-j\frac{2\pi nk}{6}}=2.e^{-j\frac{2\pi k0}{6}}+2.e^{-j\frac{2\pi k1}{6}}+2.e^{-j\frac{2\pi k2}{6}}+2.e^{-j\frac{2\pi k3}{6}}+2.e^{-j\frac{2\pi k4}{6}}=$$

$$=2+2e^{-j\frac{\pi k}{3}}+2e^{-j\frac{2\pi k}{3}}+2e^{-j\pi k}+2e^{-j\frac{4\pi k}{3}}$$

Dando valores a k entre 0 y 5, resulta:

$$X_6[0]=10$$

$$X_6[1]=-1-\sqrt{3}j$$

$$X_6[2]=1-\sqrt{3}j$$

$$X_6[3]=2$$

$$X_6[4]=1+\sqrt{3}j$$

$$X_6[5]=-1+\sqrt{3}j$$

(b) Calcula $X\left(e^{jw}\right)$, la transformada de Fourier de x[n]. Cuál es la relación entre $X\left(e^{jw}\right)$ y la DFT $X_6[n]$?

$$X\left(e^{jw}\right)=\sum_{n=0}^{4}x[n]e^{-j\omega n}=2+2e^{-j\omega}+2e^{-j\omega 2}+2e^{-j\omega 3}+2e^{-j\omega 4}$$

Los valores de la DFT de 6 puntos coinciden con las muestras de la transformada de Fourier de la señal en las frecuencias $w_k=\frac{2\pi}{6}k$, para k=0,...,5. Esto ocurre cuando el número de puntos que se utiliza para calcular la DFT es mayor o igual que la duración de la señal x[n].

(c) Calcula la DFT de N=4 muestras de $x[n]$, $X_4[k]$.

La DFT de 4 muestras es:

$$X_4[k] = \sum_{n=0}^{3} x[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{4}} = 2 + 2.e^{-j\frac{\pi k}{2}} + 2.e^{-j\pi k} + 2.e^{-j\frac{3\pi k}{2}}$$

Dando valores a k entre 0 y 3, resulta

$$X_4[0] = 8$$

$$X_4[1] = 0$$

$$X_4[2] = 0$$

$$X_4[3] = 0$$

Por lo tanto,

$$X_4[k] = [8, 0, 0, 0]$$

(d) Cuál es la relación entre $X\left(e^{jw}\right)$ y $X_4[k]$. Es la misma relación que en (b)? Justifica.

No, los valores de la DFT de 4 puntos no coinciden con muestras de la transformada de Fourier de la secuencia:

Tomando muestras de $X\left(e^{jw}\right)$ en puntos de la forma $w_k = \frac{2\pi}{4}k$, para k=0,1,2,3 resulta:

$$X\left(e^{jw}\right)\Big|_{w=\frac{2\pi}{4}0} = 10$$

$$X\left(e^{jw}\right)\Big|_{w=\frac{2\pi}{4}1} = 2$$

$$X\left(e^{jw}\right)\Big|_{w=\frac{2\pi}{4}2} = 2$$

$$X\left(e^{jw}\right)\Big|_{w=\frac{2\pi}{4}3} = 2$$

Estas muestras no coinciden con $X_4[k]$ porque en el cálculo de $X_4[k]$ no se utilizan todas las muestras de la señal original x[n] (de duración 5)

(e) Escribe la expresión general de la matriz necesaria para calcular en forma matricial una DFTs de N=6 muestras. Luego simplifica lo más posible esta expresión (calculando valores de las exponenciales) pero sin redondear o truncar valores.

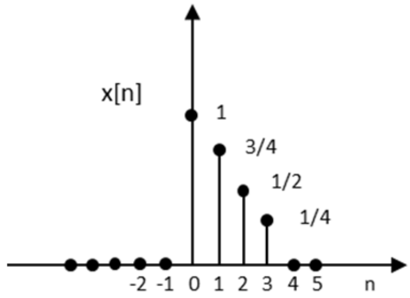
$$D=\begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi 0.0}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 0.1}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 0.2}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 0.3}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 0.4}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 0.5}{6}} \\ e^{-j\frac{2\pi 1.0}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 1.1}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 1.2}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 1.3}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 1.4}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 1.5}{6}} \\ e^{-j\frac{2\pi 2.0}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 2.1}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 2.2}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 2.3}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 2.4}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 2.5}{6}} \\ e^{-j\frac{2\pi 3.0}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 3.1}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 3.2}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 3.3}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 3.4}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 3.5}{6}} \\ e^{-j\frac{2\pi 4.0}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 4.1}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 4.2}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 4.3}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 4.4}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 4.5}{6}} \\ e^{-j\frac{2\pi 5.0}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 5.1}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 5.2}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 5.3}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 5.4}{6}} & e^{-j\frac{2\pi 5.5}{6}} \end{bmatrix}=$$

$$D=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{\pi}{3}} & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & -1 & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & e^{-j\frac{5\pi}{3}} \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & 1 & e^{-j\frac{8\pi}{3}} & e^{-j\frac{10\pi}{3}} \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & e^{-j\frac{8\pi}{3}} & 1 & e^{-j\frac{16\pi}{3}} & e^{-j\frac{20\pi}{3}} \\ 1 & e^{-j\frac{5\pi}{3}} & e^{-j\frac{10\pi}{3}} & -1 & e^{-j\frac{20\pi}{3}} & e^{-j\frac{25\pi}{3}} \end{bmatrix}$$

$$D=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j & -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j & -1 & -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j & \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j \\ 1 & -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j & -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j & 1 & -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j & -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j & -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j & 1 & -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j & -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j \\ 1 & \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j & -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j & -1 & -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j & \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j \end{bmatrix}$$

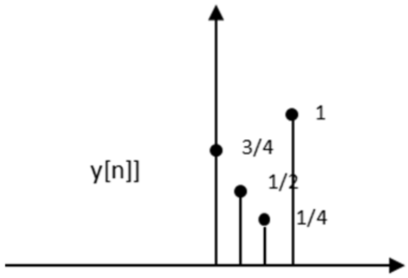
Ejercicio 2

a) Si $X[k]$ es la DFT de 4 puntos de la secuencia $x[n]$ que se muestra en la figura, dibuja la secuencia $y[n]$ cuya DFT es $Y[k]=e^{-j\frac{2\pi 3k}{4}}X[k]$. Justifica el dibujo, <u>SIN calcular explícitamente</u> las DFT de $x[n]$ ni de $y[n]$.

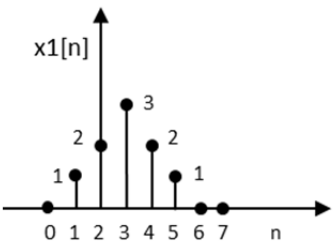


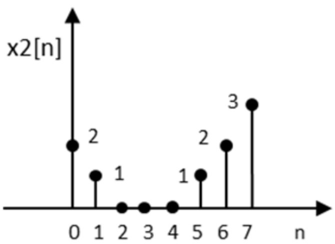
Por la propiedad de desplazamiento, Y[k] es la DFT de un desplazamiento circular de tres muestras a la derecha de la secuencia x[n].

$x[n-3] \leftrightarrow Y[k] = e^{-j\frac{2\pi 3k}{4}} X[k]$, por lo tanto



b) Determina la relación entre $X_1[k]$ y $X_2[k]$, las DFT de dos señales $x_1[n]$ y $x_2[n]$ de longitud $N=8$ que se muestran en la figura. Justifica la relación SIN calcular explícitamente las DFT.





x2 es un desplazamiento circular a derecha de 4 muestras de la señal x1. Por lo tanto, la relación entre sus DFT es la siguiente

$$X_2[k] = e^{-j\frac{2\pi 4k}{8}} X[k] = e^{-j\pi k} X[k]$$

c) Considera las siguientes secuencias:

$x_1[n]=\{-1,2,0,4\}$, $x_2[n]=\{3,1,-2,4\}$

Utilizando propiedades de la DFT, calcula la DFT de $y_1[n]$ e $y_2[n]$, sin calcular explícitamente los valores de las secuencias

$y_1[n]=5x_1[n]-3x_2[n]$

$y_2[n]=2x_1[n-2]$

Por linealidad de la DFT, $Y_1[n]=5X_1[n]-3X_2[n]$

La DFT de 4 muestras de x1[n] es $X_1=[5,-1+2j,-7,-1-2j]$

La DFT de 4 muestras de x2[n] es $X_2[n]=[6,-1+j,8,-1-j]$

Entonces

$$Y_1=5X_1-3X_2=[25,-5+10j,-35,-5-10j]-[18,-3+3j,24,-3-3j]=$$
$$=[7,-2+7j,-59,-2-7j]$$

Por linealidad y por la propiedad de desplazamiento de la DFT $Y_2[k]=2X_1[k]e^{-j\frac{2\pi 2k}{4}}$

Entonces

$$Y_2=[10,2-4j,-14,2+4j]$$

Ejercicio 3

Considera las siguientes secuencias:

$x_1[n]=\{\underline{2},4,0,1\}$

$x_2[n]=\{\underline{5},-2,4,3\}$

(a) Calcula la convolución lineal de las secuencias utilizando las DFTs y la propiedad de convolución de la DFT.

La propiedad de convolución de la DFT dice que la DFT de la convolución circular de dos secuencias es igual al producto de las DFTs de las señales. Para que esta convolución circular coincida con la convolución lineal, la duración de las secuencias debe ser mayor o igual que N1+N2-1, donde N1 es la duración de la primera secuencia, y N2 la duración de la segunda. Por lo tanto, los pasos a realizar serán,

- calcular las DFTs de N=N1+N2-1 muestras de las señales,

- multiplicar las DFTs
- calcular la DFT inversa

En este caso es N1=4, N2=4, y por lo tanto N>=4+4-1=7

Calculamos las DFTs de 8 muestras de las señales x1 y x2:

$$X_1[k] = \sum_{n=0}^{8} x_1[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{8}}$$

$$X_1 = [7,\ \ 4.1213\ -\ 3.5355j,\ \ 2-3j,\ \ -0.1213\ -\ 3.5355i\ ,\ \ -3,\ \ -0.1213\ +\ 3.5355j$$
$$,\ \ 2+3j,\ 4.1213\ +\ 3.5355j]$$

$$X_2[k] = \sum_{n=0}^{8} x_2[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{8}}$$

$$X_2 = [10,\ \ 1.4645-4.7072j,\ 1+5j,\ \ .5355+3.2929j,\ \ 8,\ \ 8.5355-3.2929j,\ 1-5j,\ \ 1.4645+4.0701j]$$

El producto de las dos transformadas es:

$$Y = X_1X_2 = [70,\ \ -10.6066-24.5772j,\ \ 17+7j,\ \ 10.6066-30.5772j,\ \ -24,\ \ 10.6066+30.5772j,\ \ 17-7j,$$
$$0,\ \ 6-6j,\ \ -4,\ \ 6+6j,\ \ 0,\ \ 6-6j,\ \ -4,\ 6+6j$$

Finalmente, calculamos la IDFT:

$$y = [\ 10,\ \ 16,\ \ 0,\ \ 27,\ 10,\ \ 4,\ \ 3,\ \ 0]$$

(b) Calcula la convolución lineal de las secuencias mediante la convolución circular

y comprueba que el resultado coincide con el obtenido en (a)

Para que el resultado de una convolución circular entre dos secuencias x1 y x2 coincida con el resultado de una convolución lineal, la duración de las secuencias debe ser al menos N=N1+N2-1, donde N1 y N2 es la duración de las secuencias x1 y x2, respectivamente.

Por lo tanto, aplicamos zero-padding para trabajar con las dos secuencias con N= 4 + 4 – 1= 7 muestras

x1=($\underline{2}$, 4, 0, 1, 0, 0, 0)

x2= ($\underline{5}$, -2, 4,3, 0, 0, 0)

Giramos la segunda secuencia x2[n], y la vamos desplazando circularmente a la derecha de a una unidad. Para cada desplazamiento, calculamos los productos de los elementos correspondientes en ambas secuencias:

y[0] [2 4 0 1 0 0 0]

[5 0 0 0 3 4 -2] = 10

y[1] [2 4 0 1 0 0 0]

[-2 5 0 0 0 3 4] = -4+20=16

y[2] [2 4 0 1 0 0 0]

[4-2 5 0 0 0 3] = 8-8=0

y[3] [2 4 0 1 0 0 0]

[3 4-2 5 0 0 0] = 6+16+5=27

y[4] [2 4 0 1 0 0 0]

[0 3 4-2 5 0 0] = 12-2=10

y[5] [2 4 0 1 0 0 0]

[0 0 3 4-2 5 0] = 4

y[6] [2 4 0 1 0 0 0]

[0 0 0 3 4-2 5] = 3

y[5] [2 4 0 1 0 0 0]

[5 0 0 0 3 4 -2] = 10

Entonces y[n]=[10,16,0,27,10,4,3], coincide con el resultado calculado en (a).

(c) Calcula la convolución lineal de las secuencias gráficamente y comprueba que el resultado coincide con el obtenido en (a) y (b).

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k]x_2[n-k]$$

Para esto, se dibuja x1[k] y x2[k], se gira x2[-k]. Para calcular la convolución en cada punto n se desplaza x2 a la posición n, x2[n-k], se multiplican las señales muestra a muestra y se suman los productos.

Los valores de la convolución en cada punto son

y[n]= 0 para n<0

y[0]= 5.2 = 10

y[1]= 5.4-2.2 = 16

y[2]= -2.4+4.2 = 0

y[3]= 5.1+4.4+3.2 = 27

y[4]= -2+12 = 10

y[5]= 4.1 = 4

y[6]= 3.1 = 3

El resultado es y[n]=[10,16,0,27,10,4,3], el mismo obtenido en (a) y (b).

Ejercicio 4

Considera las siguientes secuencias:

x1[n] = [-10, 2, 7, 4]

x2[n] = [3,   5, 2]

(a) Calcula y[n] la convolución circular de N=4 puntos aplicando directamente la operación de convolución circular.

(a) Para calcular la convolución circular de las secuencias, utilizamos zero padding para completar la segunda a la longitud de la primera.

x1[n] = [-10,2,7,4]

x2[n] = [3, 5, 2, 0]

Giramos la segunda secuencia x2[n], y la vamos desplazando circularmente a la derecha de a una unidad. Para cada desplazamiento, calculamos los productos de los elementos correspondientes en ambas secuencias:

y[0] [-10 2 7 4]

[3 0 2 5] = -30+14+20=4

y[1] [-10 2 7 4]

[5 3 0 2] = -50+6+8=-36

y[2] [-10 2 7 4]

[2 5 3 0] = -20+10+21=11

y[3] [-10 2 7 4]

[0 2 5 3] = 4+35+12=51

Entonces y[n]=[4, -36, 11, 51]

(b) Calcula la secuencia y[n] del apartado anterior utilizando la propiedad de convolución de la DFT, es decir, trabajando en el dominio transformado.

$$X1_4[k] = [3, -17+2j, \quad -9, -17-2j]$$

$$X2_4[k] = [\ 10, \ \ 1\text{-}5j, \ 0, \ \ 1\text{+}5j]$$

Calculamos el producto punto a punto

$$Y[k] = X1_4[k].X2_4[k] = [30, -7+87j, 0, -7-87j]$$

Y luego la IDFT:

$$\begin{bmatrix} y[0] \\ y[1] \\ y[2] \\ y[3] \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y[0] \\ Y[1] \\ Y[2] \\ y[3] \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 30 \\ -7+87j \\ 0 \\ -7-87j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -36 \\ 11 \\ 51 \end{bmatrix}$$

Entonces y[n]=[4, -36, 11, 51]

Ejercicio 5

Calcula la convolución entre x[n] y h[n] utilizando el método de convolución por bloques overlap-save. La longitud de h[n] es P=4. Utiliza bloques de longitud N=10 (N muestras de x[n])

x[n] = { 6, 4, 2, 0, 1, 3, 5, 6, 5, 3, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 4, 2, 4, 2, 4 , 6, 5, 4, 3}

h[n] = { $\underline{1}$, 2 , 3, 4 }

En este método, donde el largo de la respuesta al impulso es P = 4, la entrada se separa en bloques de tamaño N = 10. De acuerdo con estos valores, se deben descartar las primeras P - 1 = 3 muestras de cada convolución circular, y para evitar perder las primeras 3 muestras de la convolución, se agregan 3 ceros al principio de la sucesión x[n], en los índices -3,-2, -1.

a) Etapa 1:

El primer bloque de la sucesión de entrada es

x1[n] = { **0**, **0**, **0**, 6, 4, 2, 0, 1, 3, 5 },   -3≤n≤6

donde se resaltaron las muestras nulas agregadas al comienzo de x[n]. La sucesión h[n] se debe completar con ceros, de manera de llevar su longitud total a N = 10 muestas:

h[n] = {1, 2, 3, 4, **0**, **0**, **0**, **0, 0**, **0** }.

El resultado de la convolución circular de x[n] con h[n] es

x1[n] ⊛ h[n] = {**23, 27, 20**, 6, 16, 28, 40, 23, 13, 14},   -3≤n≤6

Las primeras P - 1 = 3 muestras deben descartarse, de modo que el primer bloque de la salida está formado por el conjunto de 7 muestras dado por

y1[n] = {6, 16, 28, 40, 23, 13, 14},   0≤n≤6

b) Etapa 2:

En esta etapa, el segundo bloque de la sucesión de entrada se elige de modo que se solape con las P-1 = 3 últimas muestras del bloque anterior, de modo que

x2[n] = { **1, 3, 5**, 6, 5, 3, 1, 0, 0, 1} ,

En negrita se indican las muestras que se "guardaron" de x1[n]. El resultado de la convolución circular entre x2[n] y h[n] es

x2[n] $\circledast$ h[n] = {**3**, **8**, **18**, 29, 44, 51, 46, 31, 15, 5},

y como se deben descartar las primeras P-1 muestras (destacadas en negrita), el segundo bloque de salida resulta

y2[n] = {29, 44, 51, 46, 31, 15, 5},

c) Etapa 3:

El bloque de entrada de esta etapa es

x3[n] = {**0, 0, 1**, 1, 1, 0, 0, 2, 4, 2},

que repite en los P-1 = 3 primeros lugares las últimas P-1 = 3 muestras almacenadas del bloque de entrada anterior. La convolución circular entre x3[n] y h[n] es

x3[n] $\circledast$ h[n] = { **24, 22,9,** 3, 6, 9, 7, 6, 8, 16 },

donde se han resaltado las P-1 muestras que se deben descartar. Por lo tanto, el tercer bloque de salida es

y3[n] = { 19, 6, 9, 7, 6, 8, 16 },

d) Etapa 4:

Finalmente, el bloque de entrada de esta última etapa es

x4[n] = {**2, 4**, **2**, **4**, 2, 4, 6, 5, 4, 3},

Este bloque está formado por las últimas tres muestras del bloque de entrada anterior y las últmas muestras de la señal de entrada. El resultado de la convolución circular entre x4[n] y h[n] es

x4[n] $\circledast$ h[n] = {**40, 33, 28**,28, 32, 28, 36, 37, 48, 49},

Nuevamente, las tres primeras muestras (resaltadas en negrita) deben descartarse, y por lo tanto el último bloque de salida es y4[n] = {28, 32, 28, 36, 37, 48, 49},

e) Reuniendo los resultados anteriores, se encuentra que la salida completa es

y = {6, 16, 28, 40, 23, 13, 14, 29, 44, 51, 46, 31, 15, 5, 3, 6, 9, 7, 6, 8, 16, 28, 32, 28, 36, 37, 48, 49}