Prueba de Evaluación Continua_3 (PEC3)

Solución

Esta PEC consta de 7 ejercicios que evalúan los conceptos adquiridos en el módulo 3.

Competencias

1. Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que capaciten para el aprendizaje de nuevos métodos y nuevas tecnologías, y doten al estudiante de una gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
2. Comprensión y dominio de los conceptos básicos de sistemas lineales y las funciones y transformaciones relacionadas, y su aplicación para la resolución de problemas propios de la ingeniería.
3. Capacidad para analizar, codificar, procesar y transmitir información multimedia empleando técnicas de procesamiento analógico y digital de la señal.

Objetivos

1. Calcular la DFT y DFT inversa.
2. Conocer la relación entre la DFT y la Transformada discreta de Fourier
3. Analizar las principales propiedades de la DFT y la DFT inversa.
4. Aplicar las ecuaciones de la DFT para resolver cálculos de transformadas.
5. Resolver la convolución lineal mediante la DFT

Descripción de la PEC a realizar

Resolver los problemas propuestos

Recursos

Apuntes y problemas resueltos del módulo 3 que se encuentran en el foro.

Formato y fecha de entrega

Se entregará editada y/o escaneada en un único archivo en formato PDF, con el siguiente nombre: apellidos_nombre_PEC3.pdf

Ejercicio 1 (1,5 punto)

a) Usando las definiciones de la transformada discreta de Fourier (DFT) y la transformada discreta de Fourier inversa (IDFT), calcula:

a1) La DFT de 6 muestras de la secuencia x[n] = (<u>2</u> , -1 , 0 , 4 , 0 , -1)

a2) La IDFT de 4 muestras de X = (<u>7</u> , 2 + j , 5 , 2 - j)

b) Escribe la expresión general de las matrices necesarias para calcular en forma matricial la transformada discreta de Fourier y la transformada discreta de Fourier inversa de N=2 muestras de una señal. Escribe también las matrices de la transformada y transformada inversa de N=3 muestras. Simplifica lo más posible estas expresiones (calculando valores de las exponenciales) pero sin redondear o truncar valores.

Utiliza estas matrices para calcular

b1) La DFT de 3 muestras de x[n] = (<u>-2</u> , 1 , 3)

b2) La IDFT de 2 muestras de X = (<u>3</u> , -5)

Solución

a1) La DFT de 6 muestras de la secuencia x[n] = (<u>2</u> , -1 , 0 , 4 , 0 , -1) es

$X_6[k] = \sum_{n=0}^{6-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{6}kn} = 2e^{-j\frac{2\pi}{6}k0} - e^{-j\frac{2\pi}{6}k1} + 0e^{-j\frac{2\pi}{6}k2} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}k3} + 0e^{-j\frac{2\pi}{6}k4} - 1e^{-j\frac{2\pi}{6}k5} = 2 - e^{-j\frac{2\pi}{6}k} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}k3} - e^{-j\frac{2\pi}{6}k5} =$

Dando valores a k entre 0 y 5 resulta

$X_6[0] = 2 - 1 + 4 - 1 = 4$

$X_6[1] = 2 - e^{-j\frac{2\pi}{6}} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}3} - e^{-j\frac{2\pi}{6}5} = -3$

$X_6[2] = 2 - e^{-j\frac{2\pi}{6}2} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}2.3} - e^{-j\frac{2\pi}{6}2.5} = 7$

$X_6[3] = 2 - e^{-j\frac{2\pi}{6}3} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}3.3} - e^{-j\frac{2\pi}{6}3.5} = 0$

$X_6[4] = 2 - e^{-j\frac{2\pi}{6}4} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}4.3} - e^{-j\frac{2\pi}{6}4.5} = 7$

$X_6[5] = 2 - e^{-j\frac{2\pi}{6}5} + 4e^{-j\frac{2\pi}{6}5.3} - e^{-j\frac{2\pi}{6}5.5} = -3$

$X_6[k] = [4, -3, 7, 0, 7, -3]$

a2) La IDFT de 4 muestras de X = (<u>7</u> , 2 + j , 5 , 2 - j)

$$x[n] = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{4-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{4}kn} = 7e^{j\frac{2\pi}{4}n0} + (2+j)e^{j\frac{2\pi}{4}n1} + 5e^{j\frac{2\pi}{4}n2} + (2-j)e^{j\frac{2\pi}{4}n3} =$$
$$= \frac{1}{4}[7 + (2+j)e^{j\frac{2\pi}{4}n1} + 5e^{j\frac{2\pi}{4}n2} + (2-j)e^{j\frac{2\pi}{4}n3}]$$

Dando valores a n entre 0 y 3:

$x[0] = \frac{1}{4}[7 + (2+j) + 5 + (2-j)] = 4$

$x[1] = \frac{1}{4}\left[7 + (2+j)e^{j\frac{2\pi}{4}} + 5e^{j\frac{2\pi}{4}2} + (2-j)e^{j\frac{2\pi}{4}3}\right] = \frac{1}{4}[7 + (2+j)j + 5(-1) + (2-j)(-j)] = \frac{1}{4}[7 + 2j - 1 - 5 - 2j - 1] = 0$

$x[2] = \frac{1}{4}\left[7 + (2+j)e^{j\frac{2\pi}{4}2} + 5e^{j\frac{2\pi}{4}4} + (2-j)e^{j\frac{2\pi}{4}6}\right] = \frac{1}{4}[7 + (2+j)(-1) + 5 + (2-j)(-1)] = \frac{1}{4}[7 - 2 - j + 5 - 2 + j] = 2$

$x[3] = \frac{1}{4}\left[7 + (2+j)e^{j\frac{2\pi}{4}3} + 5e^{j\frac{2\pi}{4}6} + (2-j)e^{j\frac{2\pi}{4}9}\right] = \frac{1}{4}[7 + (2+j)(-j) + 5(-1) + (2-j)j] = \frac{1}{4}[7 - 2j + 1 - 5 + 2j + 1] = 1$

$x[n] = [\,4, 0, 2, 1\,]$

b1) La DFT de 3 muestras de x[n] = (<u>-2</u> , 1 , 3)

Matriz para calcular DFT de 3 muestras

$$M = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi 00}{3}} & e^{-j\frac{2\pi 01}{3}} & e^{-j\frac{2\pi 02}{3}} \\ e^{-j\frac{2\pi 10}{3}} & e^{-j\frac{2\pi 11}{3}} & e^{-j\frac{2\pi 12}{3}} \\ e^{-j\frac{2\pi 20}{3}} & e^{-j\frac{2\pi 21}{3}} & e^{-j\frac{2\pi 22}{3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$X = Mx = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 + \sqrt{3j} \\ -4 - \sqrt{3}j \end{bmatrix}$$

$X = \ [\,2, -4 + \sqrt{3j}, -4 - \sqrt{3j}]$

b2) La IDFT de 2 muestras de X = (<u>3</u> , -5)

Matriz para calcular la IDFT de 2 muestras

$$M^H = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi 00}{2}} & e^{j\frac{2\pi 01}{2}} \\ e^{j\frac{2\pi 10}{2}} & e^{j\frac{2\pi 11}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$x = \frac{1}{2}M^H X = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$x = \ [\,-1, 4]$

Ejercicio 2 (1 punto)

Si la longitud de $x[n]$ es N=4, y su DFT de 8 muestras es

$$X_8[k] = [7, 3 - 2\sqrt{2}i, 3, 3 - 2\sqrt{2}i, -1, 3 + 2\sqrt{2}i, 3, 3 + 2\sqrt{2}i]$$

encuentra la DFT de 4 muestras de la señal $x[n]$ **SIN calcular explícitamente la secuencia** $x[n]$ sino usando la relación entre su DFT $X[k]$ y la transformada discreta de Fourier $X(e^{jw})$

Solución

Las muestras de $X_8[k]$, la DFT de ocho muestras de $x[n]$, son ocho muestras equiespacidas del espectro de la transformada discreta de Fourier de $x[n]$:

$X_8[k] = X(e^{j\omega T})\Big|_{wT=\frac{2\pi}{8}k}$, k=0,...,7

Más precisamente, son las muestras del espectro para las siguientes frecuencias

$$wT = \left\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right\}$$

En una DFT de 4 puntos de $x[n]$, obtenemos muestras del espectro

$X_4[k] = X(e^{j\omega T})\Big|_{wT=\frac{2\pi}{4}k}$, k=0,...,3

Estas muestras corresponden a las siguientes frecuencias

$$wT = \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\}$$

Si comparamos los dos conjuntos de frecuencias, encontramos que:

$$X_8[k] = [7, 3 - 2\sqrt{2}i, 3, 3 - 2\sqrt{2}i, -1, 3 + 2\sqrt{2}i, 3, 3 + 2\sqrt{2}i]$$

$X_4[0] = X\left(e^{j0}\right) = X_8[0] = 7$

$X_4[1] = X\left(e^{j\frac{\pi}{2}}\right) = X_8[2] = 3$

$X_4[2] = X\left(e^{j\frac{2\pi}{2}}\right) = X_8[4] = -1$

$X_4[3] = X\left(e^{j\frac{3\pi}{2}}\right) = X_8[6] = 3$

Por lo tanto, la DFT de 4 muestras de $x[n]$ es $X = \ [7, 3, -1 + 3\ ]$

Ejercicio 3 (2 puntos)

Utiliza propiedades de la transformada discreta de Fourier para resolver los siguientes ejercicios

a) Las muestras pares de la DFT de 9 puntos de una señal real x[n] son las siguientes

X[0]=10

X[2]= -3.7588 - 1.7321i

X[4]= 3.0642 + 1.7321i

X[6] = -0.5000 + 2.5981i

X[8] = 0.6946 - 1.7321i

Determina las muestras impares que faltan.

Solución

Por la propiedad de simetría conjugada de la DFT $x^*[n] \leftrightarrow X^*[((-k))_N]$, como x[n] es real, $x^*[n] = x[n]$

y podemos encontrar las muestras que faltan: $X[k] = X^*[((-k))_N]$

$X[1] = X^*[9-1] = X^*[8] = 0.6946 + \ 1.7321$ i

$X[3] = X^*[9-3] = X^*[6] = -0.5000 - \ 2.5981$i

$X[5] = X^*[9-5] = X^*[4] = 3.0642 - \ 1.7321\text{i}$

$X[7] = X^*[9-7] = X^*[2] = -3.7588 + \ 1.7321\text{i}$

b) Considera la secuencia $x[n] = [2, 4, 6, 8, 10, 5]$

Calcula $y = DFT_6\big(DFT_6(2, 4, 6, 8, 10, 5)\big)$ **sin calcular explícitamente ninguna DFT**

Solución

Por la propiedad de dualidad, si x[n] tiene transformada X[k], la secuencia X[n] tiene transformada de Fourier N $x[(-k)_N]$

En este ejercicio, N=6, por lo tanto,

$y[0] = 6x[6-0\,] = 6x[0] = 12$

$y[1] = 6x[6-1\,] = 6x[5] = 30$

$y[2] = 6x[6-2\,] = 6x[2] = 60$

$y[3] = 6x[6-3\,] = 6x[3] = 48$

$y[4] = 6x[6-4\,] = 6x[2] = 36$

$y[5] = 6x[6-5\,] = 6x[1] = 24$

$y = [\,12,\ 30,\ 60,\ 48, 36, 24]$

c) Considera la secuencia $x[n] = [2\ 1\ 1\ 2\ 0]$

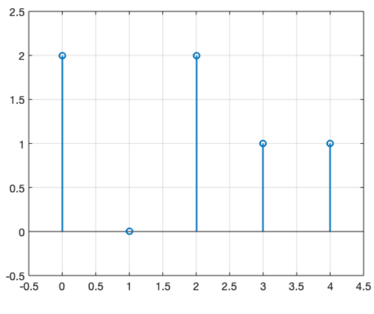
Sea $X_5[k]$ la DFT de N=5 muestras de $x[n]$

Dibuja la secuencia y[n] cuya DFT es $Y[k] = e^{-j\frac{2\pi}{5}k2}X_5[k]$, **sin calcular explícitamente las DFTs**

Solución

Por la propiedad de desplazamiento de la DFT, y[n] será un desplazamiento circular a derecha de x[n] de 2 muestras, es decir,

$y[n] = [2\ 0\ 2\ 1\ 1\,]$



d) Dos secuencias de 8 muestras $x_1[n]$ y $x_2[n]$ tienen DFTs $X_1[k]$ y $X_2[k]$, respectivamente

Sin calcular explícitamente las DFTs, determina la relación entre $X_1[k]$ y $X_2[k]$, si

$x_1[n] = [\underline{6}, 4,2,3,4,4,3,2]$

$x_2[n] = [\underline{4}, 4,3,2,6,4,2,3]$

Solución

Hay un desplazamiento circular de 4 muestras entre ambas secuencias (x2 se obtiene desplazando circularmente x1 4 muestras a la izquierda), por lo tanto la relación entre sus transformadas Discretas de Fourier es la siguiente

$X_2[k] = X_1[k]e^{j\frac{2\pi}{8}k4}$

También se puede entender como un desplazamiento a derecha en 4 muestras (las expresiones son equivalentes)

$$X_2[k] = X_1[k]e^{-j\frac{2\pi}{8}k4} = X_1[k]e^{j\frac{2\pi}{8}8k-j\frac{2\pi}{8}k4} = X_1[k]e^{j\frac{2\pi}{8}4k}$$

Ejercicio 4 (1 punto)

Considera las dos secuencias $x_1[n]$ y $x_2[n]$

El valor de la muestra n=2 de x_2 es 'a'

$x_1[n] = [\underline{2}, 1, 3, 1,]$

$x_2[n] = [\underline{-1}, -1, a, 1]$

Si la convolución circular de 4 muestras de $x_1[n]$ y $x_2[n]$ es $y[n] = [4, 2, 1, 0]$

¿Es posible determinar unívocamente el valor de a? Si la respuesta es negativa, da dos valores posibles de a

Solución

Calculamos la convolución circular elemento a elemento (copiamos la primera secuencia y giramos la segunda)

[2 1 3 1]

[-1 1 a -1] -> -2 + 1 + 3a - 1 = -2 + 3a

[-1 -1 1 a] -> -2 – 1 + 3 + a = a

[a -1 -1 1] -> 2a - 1 – 3 + 1 = 2a – 3

[1 a -1 -1] -> 2 + a – 3 – 1 = a -2

Se deben cumplir las cuatro condiciones (igualando estas expresiones a los valores de y[n]):

-2 + 3 a = 4, a = 2, 2a -3 = 1, a – 2 = 0

Se deduce que a=2 cumple las cuatro condiciones, y es el único valor que las satisface

Ejercicio 5 (1 punto)

a) Calcula $y[n] = x_2[n] * x_2[n]$, la convolución lineal de las secuencias $x_1[n]$ y $x_2[n]$

$x_1[n] = [\underline{2}, 3, 1, 4,]$

$x_2[n] = [\underline{-2}, 1, -1,5,3]$

b) Calcula la convolución lineal $y[n] = x_2[n] * x_2[n]$ mediante la convolución circular.

Solución

a) La convolución lineal de las dos secuencias se realiza girando una de las secuencias y desplazándola sobre la otra, en cada posición n en que se coloca la señal desplazada, se mulitiplican las muestras solapadas correspondientes y se suman todos los productos, este es el valor de la convolución en el punto n, se desplaza la señal a la siguiente posición y se vuelve a calcular productos y suma... (revisar teoría de SIS I)

$y[n] = x_1[n] * x_2[n] = \sum_m x_1[m]x_2[n-m]$

y[0]=2(-2) = -4

y[1]=3(-2)+2.1=-4

y[2]=1(-2)+3.1+2(-1)=-1

y[3]=4(-2)+1.1+3(-1)+2.5=0

y[4]=0(-2)+4.1+1(-1)+3.5+2.3=24

y[5]=4(-1)+1.5+3.3=10

y[6]=4.5+1.3=23

y[7]=4.3=12

y[n] = [-4, -4, -1, 0, 24, 10, 23, 12], tiene 8 muestras

b) Para que la convolución lineal coincida con la circular, debemos realizar una convolución circular de 8 muestras, completando con ceros

x1 = [2 3 1 4 0 0 0 0]

x2 = [-2 1 -1 5 3 0 0 0]

Calculamos la convolución circular

	[2 3 1 4 0 0 0 0]		
y[0]	[-2 0 0 0 3 5 -1 1]	->	-4
y[1]	[1 -2 0 0 0 3 5 -1]	->	2-6=-4
y[2]	[-1 1 -2 0 0 0 3 5]	->	-2 + 3 – 2 = -1
y[3]	[5 -1 1 -2 0 0 0 3]	->	10 – 3 +1 – 8 = 0
y[4]	[3 5 -1 1 -2 0 0 0]	->	6 + 15 -1 + 4 = 24
y[5]	[0 3 5 -1 1 -2 0 0]	->	9 +5 – 4 = 10
y[6]	[0 0 3 5 -1 1 -2 0]	->	3 + 20 = 23
y[7]	[0 0 0 3 5 -1 1 -2]	->	12

Es decir, y[n] = [-4, -4, -1, 0, 24, 10, 23, 12], coincide con el resultado obtenido en (a)

Ejercicio 6 (1,5 puntos)

Considera la señal x[n]

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0,1,2,3,4 \\ 0 & \text{otro } n \end{cases}$$

a) Calcula la expresión de la TFSD de $x[n]$

b) Calcula la expresión de la DFT de N muestras de la señal $x[n]$ para N>5

c) Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (sin calcular explícitamente las transformadas), **justificando cada decisión**

c1) $X_4[k] = X(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi k}{4}}$ donde $X_4[k]$ es la DFT de 4 muestras de $x[n]$

c2) $X_5[k] = X(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi k}{5}}$ donde $X_5[k]$ es la DFT de 5 muestras de $x[n]$

c3) $X_{10}[k] = X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{10}}$ donde $X_{10}[k]$ es la DFT de 10 muestras de $x[n]$

c4) $X_{10}[k] = X_4[k]$ para k=0, 1, …, 4

c5) $X_5[k] = X_4[k]$ para k=0, 1, …, 4

Solución

a) La TFSD de x[n] es

$$X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-jwn} = \sum_{n=0}^{4} x[n]e^{-jwn} = \frac{e^{-jw5}-1}{e^{-jw}-1} = X(e^{jw})$$

b) La DFT de N muestras (N>5) es

$$X_N[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-\frac{j(2\pi nk)}{N}} = \sum_{n=0}^{4} e^{-\frac{j(2\pi nk)}{N}}$$

Si k=0,

$X_N[0] = \sum_{n=0}^{4} e^{-\frac{j(2\pi n0)}{N}} = \sum_{n=0}^{4} 1 = 5$

Si k no es 0,

$X_N[k] = \sum_{n=0}^{4} e^{-\frac{j(2\pi nk)}{N}} = \frac{e^{-\frac{j2\pi 5k}{N}}-1}{e^{-\frac{j2\pi k}{N}}-1}$

Es decir,

$$X_N[k] = \begin{cases} 5 & si\ k=0 \\ \dfrac{e^{-\frac{j2\pi 5k}{N}}-1}{e^{-\frac{j2\pi k}{N}}-1} & si\ k \neq 0 \end{cases}$$

c) Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (sin calcular explícitamente las transformadas), **justificando cada decisión**

$X_4[k] = [4\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]$

$X_5[k] = [5\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]$

$X_{10}[k] = [\ 5, 1-3.078\,j, 0, 1-0.73\,j, 0, 1, 0, 1+0.73\,j, 0, 1+3.078\,j]$

c1) $X_4[k] = X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{4}}$ donde $X_4[k]$ es la DFT de 4 muestras de $x[n]$

no es correcto, el número de muestras de la DFT es menor que la longitud de la señal

c2) $X_5[k] = X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{5}}$ donde $X_5[k]$ es la DFT de 5 muestras de $x[n]$

si es correcto, el número de muestras de la DFT es igual a la longitud de la señal

c3) $X_{10}[k] = X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{10}}$ donde $X_{10}[k]$ es la DFT de 10 muestras de $x[n]$

si es correcto, el número de muestras de la DFT es mayor que la longitud de la señal c4) $X_{10}[k] = X_4[k]$ para k=0, 1, ..., 4

no es correcto, la DFT con 4 muestras es la DFT de una señal que siempre vale 1, mientras que para 10 muestras es la transformada de un pulso rectangular periódico (es una sinc discreta).

c5) $X_5[k] = X_4[k]$ para k=0, 1, ..., 4

no es correcto, las dos son DFT de una señal que siempre vale 1, pero al ser N diferente el valor que escala al coeficiente 0 es distinto (en un caso 4 y en otro 5)

Ejercicio 7(2 puntos)

Considera dos secuencias de 4 puntos $x_1[n]$ y $x_2[n]$ con valores:

$$x_1[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \quad n = 0,1,2,3$$

$$x_2[n] = 2^n \quad n = 0,1,2,3$$

a) Calcula la DFT de cuatro puntos $X_1[k]$

b) Calcula la DFT de cuatro puntos $X_2[k]$

c) Calcula $y[n] = x_1[n] \circledast_N x_2[n]$ la convolución circular de N=4 muestras aplicando directamente el operador de convolución circular.

d) Calcula la secuencia $y[n]$ del apartado anterior trabajando en el dominio de la DFT, utilizando las transformadas halladas en (a) y (b).

e) ¿Coincide la convolución lineal de las secuencias $y[n] = x1[n] * x2[n]$ con la convolución circular calculada en (c)? Justifca tu respuesta

Solución

x1 = [1 0 -1 0], x2 = [1, 2, 4, 8]

a) X1 = [0, 2, 0, 2]

b) X2 = [15, -3+6j, -5, -3-6j]

c)

	[1 0 -1 0]	
y[0]	[1 8 4 2].	-> 1 - 4 = -3
y[1]	[2 1 8 4]	-> 2 – 8 = -6
y[2]	[4 2 1 8]	-> 4 – 1 = 3
y[3]	[8 4 2 1]	-> 8 – 2 = 6

y[n] = [-3 , -6 , 3 , 6]

d) Calculamos el producto elemento a elemento de las DFTs: X1 = [0, 2, 0, 2] y X2 = [15, -3+6j, -5, -3-6j]

El producto es Y = [0, -6 + 12j , 0, -6 -12 j]

Y calculamos la DFT inversa de Y: y[n] = [-3, -6, 3, 6] que coincide con la secuencia hallada en (c)

e) La convolución lineal de las dos secuencias x1 y x2 es x1*x2 = [1, 2, 3, 6, -4, -8, 0], es una secuencia de duración 4 + 4 -1 = 7

La convolución circular de x1 y x2 es una secuencia de duración 4, [-3, -6, 3, 6]

Evidentemente no coinciden. Para que la convolución circular coincida con la lineal es necesario realizar una convolución circular de N muestras, donde N >= 7, completando cada una de las secuencias x1 y x2 con ceros hasta llegar a tener N muestras en cada una.