3er Parte:

El sistema con la función de transferencia 1 se prueba con dos controladores: un P con ganancia proporcional 0.7 y un PI con la misma ganancia proporcional y con ganancia integral 10. Observar la respuesta obtenida ante un escalón unitario para el sistema sin controlador, para el sistema con el controlador P y para el que tiene el PI.

Respuesta:

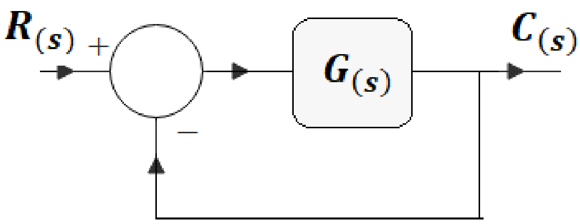
Función de transferencia 1 con un controlador proporcional PI.

Se considera la planta siguiente:

$$Función\ de\ transferencia\ de\ planta: \quad \boldsymbol{G_{1(s)} = \frac{1}{s+1}}$$

$$Ganancia\ del\ controlador\ P: \quad \boldsymbol{K_p = 0.7}; \qquad Ganancia\ del\ controlador\ I: \quad \boldsymbol{K_i = 10}$$

1. Sistema 1: sin controlador:



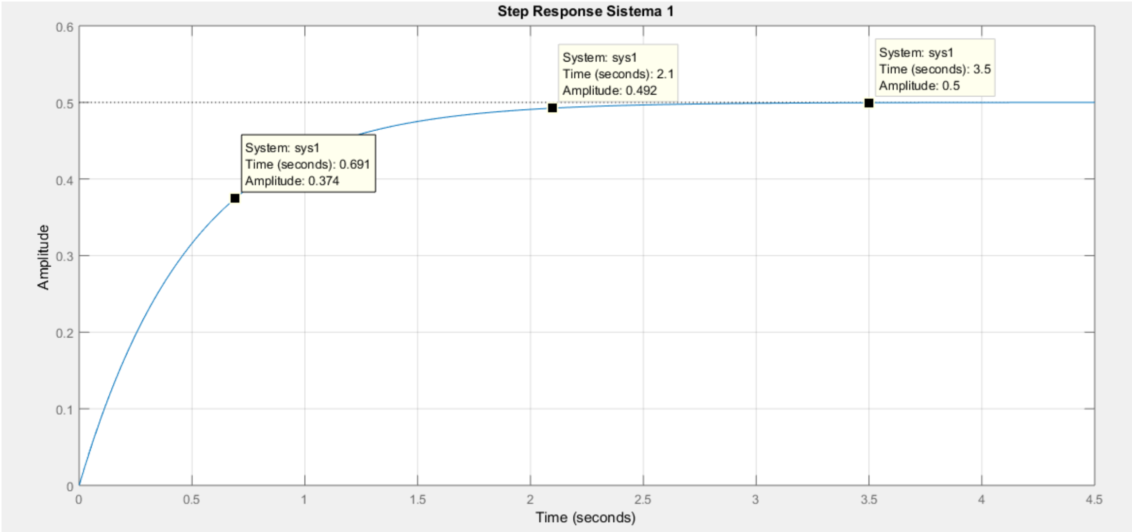
Para observar la respuesta del sistema a la entrada escalón unitario realizamos la siguiente simulación:

>> G1=tf([1],[1 1]);

>> sys1=feedback(G1,1)

>> step(sys1);

```
G1 =          sys1 =

   1             1
 -----         -----
 s + 1         s + 2

Continuous-time transfer function.
```

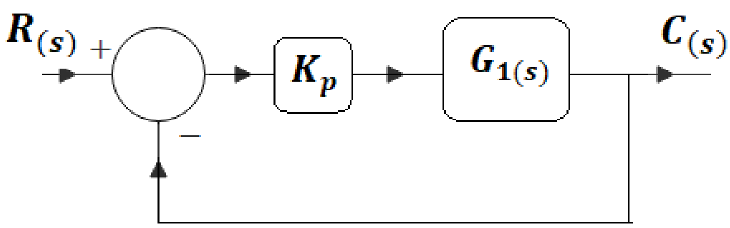


Gráfica 1

En la gráfica 1 podemos observar el valor de la salida en diferentes tiempos. El valor final de la salida es de 0.5, por lo que en estado estable se presenta un error de 0.5, como se había visto anteriormente. También vemos que el sistema alcanza un valor de 0.374 a los 0.691 segundos, y un valor de 0.492 a los 2.1 segundos. Estos valores los establecemos como referencia para ver el cambio en la señal de salida al incorporar los controladores P y PI.

2. Sistema 2: con controlador P de ganancia K_p=*0.7*:

Al añadir el controlador P de ganancia K_p como se observa en el diagrama de bloques siguiente:



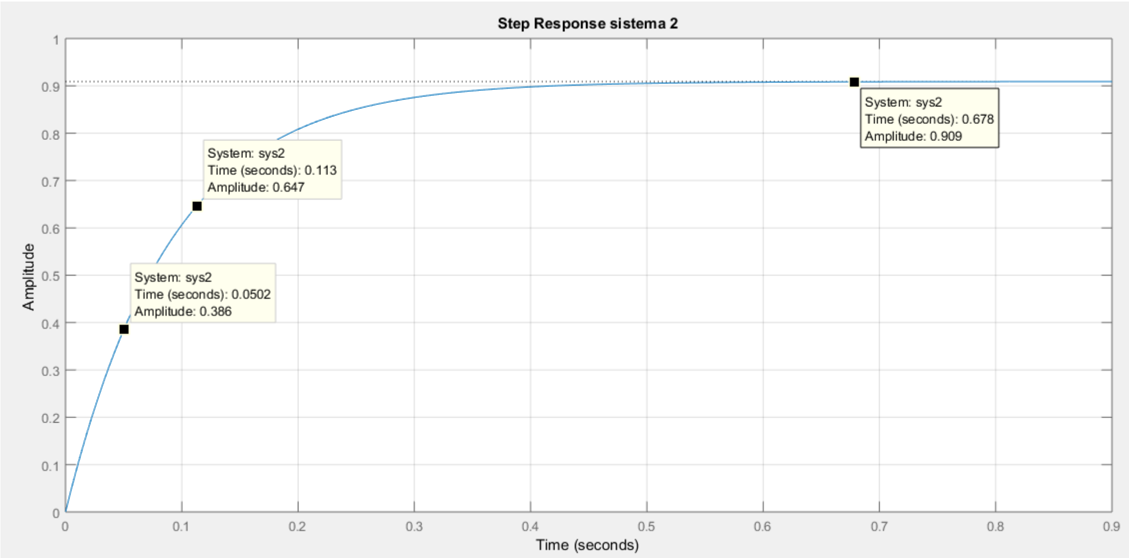
La función de transferencia directa de este sistema es:

$$G_{d(s)} = (K_p)G_{1(s)} = (10)\frac{1}{s+1} = \frac{10}{s+1}$$

Para observar la respuesta del sistema a la entrada escalón unitario realizamos la siguiente simulación:

```
>> G2=tf([10],[1 1])

>> sys2=feedback(G2,1)

>> step(sys2)
```

```
G2 =          sys2 =

   10            10
  -----        ------
  s + 1        s + 11

Continuous-time transfer function.
```

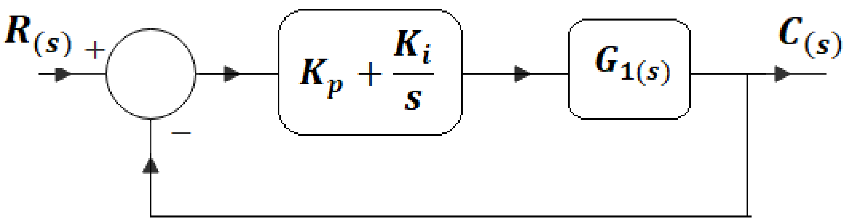


Gráfica 2

En la gráfica 2 se observa que valor final de la salida es de 0.909, por lo que en estado estable se presenta un error aproximadamente de 0.1. Por otra parte, vemos que sistema alcanza un valor de 0.386 en 0.05 segundos, que comparado con los 0.374 a los 0.691 segundos del sistema anterior, muestra claramente que el sistema reacciona mucho más rápido. A los 0.113 segundos ya ha superado los 0.492 alcanzado por el sistema sin controlador a los 2.1 segundos. En conclusión vemos que el sistema gana velocidad y mejora el error en estado estable con la incorporación de un controlador proporcional.

3. Sistema 3: con controlador PI de ganancias $\boldsymbol{K_p=0.7}$ y $\boldsymbol{K_i=10}$.

Al añadir el controlador PI de ganancias $\boldsymbol{K_p}$ y $\boldsymbol{K_i}$ como se observa en el diagrama de bloques siguiente:



La función de transferencia directa de este sistema es:

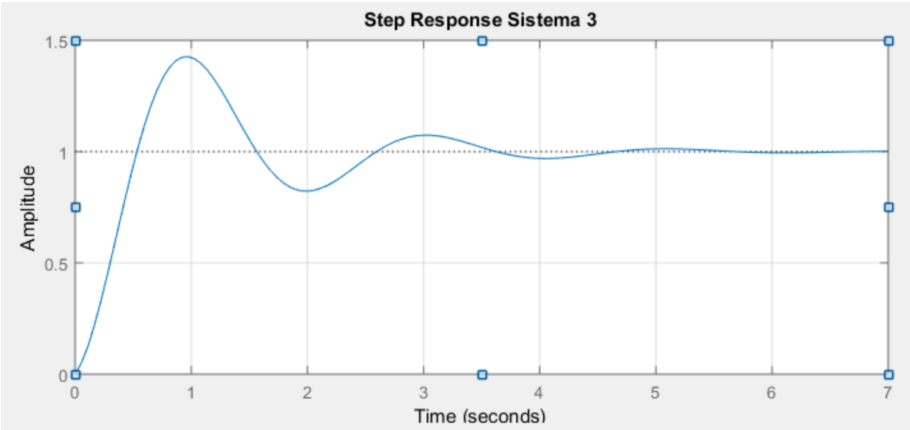
$$G_{d(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) G_{1(s)} = \left(0.7 + \frac{10}{s}\right)\frac{1}{s+1} = \frac{0.7(s+14.286)}{s(s+1)}$$

Para observar la respuesta del sistema a la entrada escalón unitario realizamos la siguiente simulación:

>> G3=tf([0.7 10],[1 1 0])

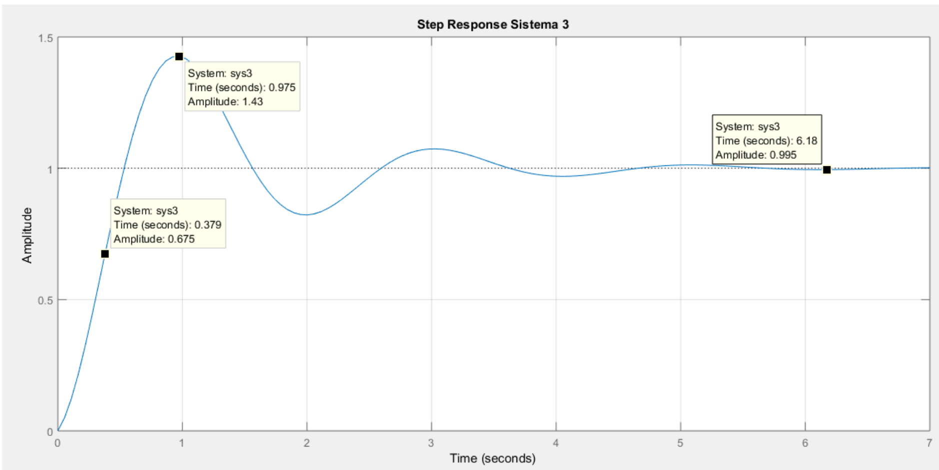
>> sys3=feedback(G3,1)

```
G3 =
                            sys3 =

  0.7 s + 10
  ----------                  0.7 s + 10
   s^2 + s               ----------------
                          s^2 + 1.7 s + 10

Continuous-time transfer function.
```



Gráfica 3

Lo primero que observamos con respecto a los anteriores sistemas es que al agregar el controlador PI, el error en estado estable es cero. Es decir, la incorporación del PI aumenta el tipo de sistema de cero a uno y esto genera una inmensa mejora en el error en estado estable. Veamos que sucede en el estado transitorio.



Gráfica 4

Mientras que el sistema con el controlador P alcanza el valor de 0.647 a los 0.113 segundos, el sistema con el controlador PI alcanza el valor de 0.675 a los 0.379. El sistema con el controlador

PI reacciona más lentamente que aquel con el controlador P. Es decir, lo que se gana en mejorar el estado estable, se paga con un estado transitorio de menor calidad. Otro carácter que se observa en el sistema con el PI es que se presenta un sobrepaso de 43% del valor final a los 0.975 segundos.

<u>4ta parte</u>:

Buscar una posible modificación en las ganancias de ambos controladores para mejorar la respuesta.

<u>Respuesta</u>:

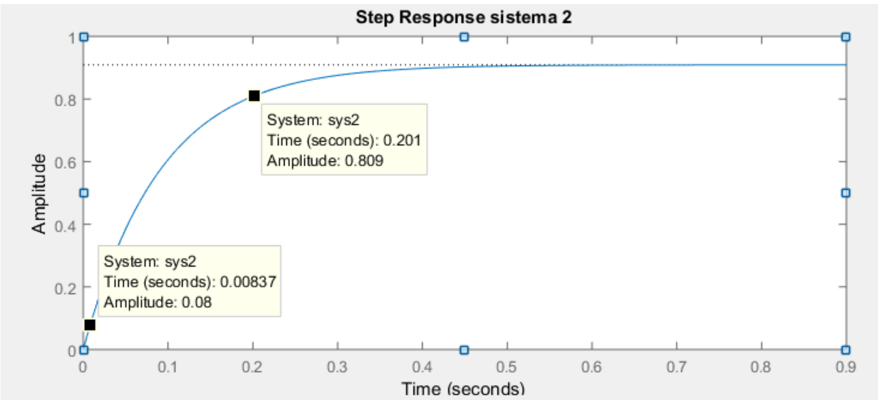
Mejorar la respuesta es un planteamiento que depende de la aplicación. Si requerimos una alta precisión de la salida y un cierto valor del factor de amortiguamiento (sistema de seguimiento - servomotores) requerimos un controlador PI sistema 3. Si lo que se desea es principalmente aumentar la velocidad de respuesta, con un controlador P es suficiente, sistema 2.

<u>Sistema 2</u>: Supongamos que necesitamos una respuesta rápida y un menor error (pero no necesariamente cero) en estado estable. En ese caso es suficiente incorporar un Controlador Proporcional y variar la ganancia hasta alcanzar el resultado deseado. Por ejemplo, supongamos que queremos obtener un tiempo de levantamiento (T_r) apenas menor a los **100** milisegundos. Utilizando un método gráfico, procedemos de la siguiente manera. Por definición, ***Tr*** es:

$$T_r = T_{90\%} - T_{10\%}$$

$$T_{90\%}: tiempo\ en\ que\ la\ respuesta\ alcanza\ el\ 90\%\ del\ valor\ final$$
$$T_{10\%}: tiempo\ en\ que\ la\ respuesta\ alcanza\ el\ 10\%\ del\ valor\ final$$

Por ensayo y error, variamos la ganancia K_p del controlador P en el sistema 2 hasta alcanzar el tiempo deseado. Con los valores actuales, obtenemos el siguiente ***Tr***:

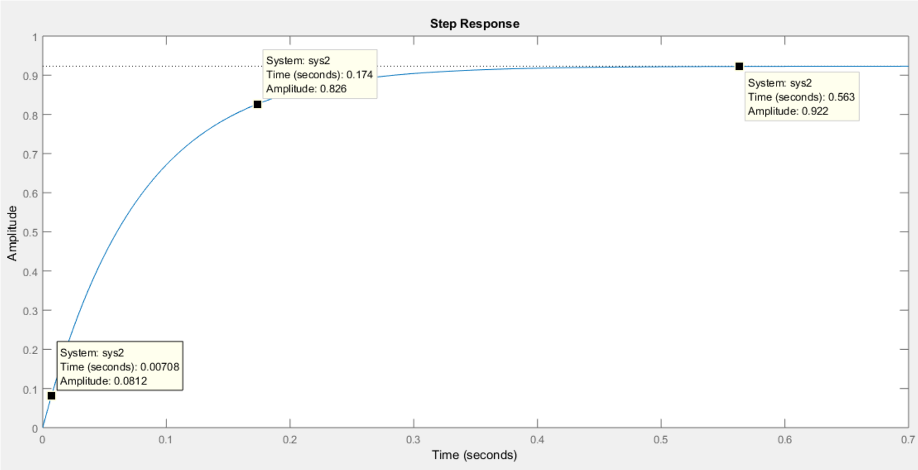


Gráfica 5

$$T_r = T_{90\%} - T_{10\%} = 201\ ms - 8.37\ ms \cong 192\ ms$$

Variamos la ganancia a K_p =12 y vemos como mejora el ***Tr***:

```
>> G2=tf([12],[1 1])
>> sys2=feedback(G2,1)
>> step(sys2)
```

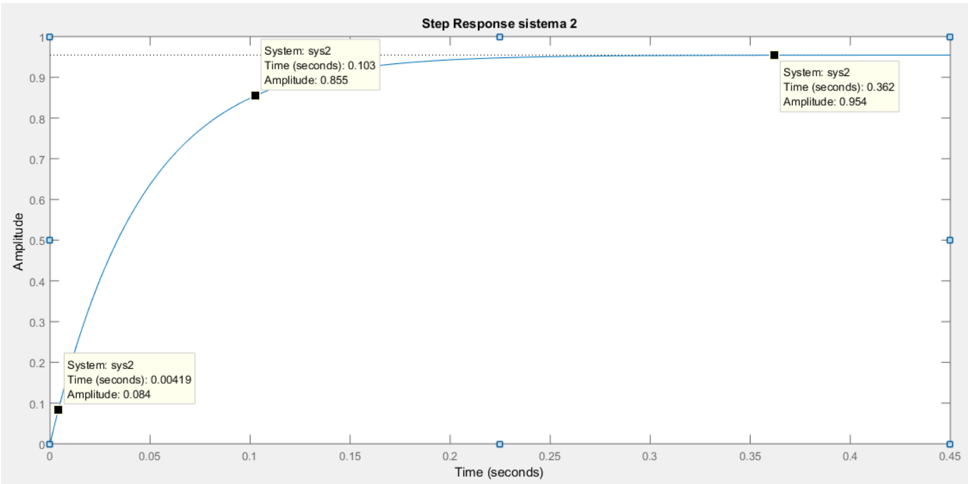


Gráfica 6

$$T_r = T_{90\%} - T_{10\%} = 174\ ms - 7.08\ ms \cong 167\ ms$$

Así vamos variando la ganancia hasta que llegamos a $\boldsymbol{K_p}$ =21 y vemos que para valores mayores que este se cumple con el requerimiento para ***Tr***:

```
>> G2=tf([21],[1 1])
>> sys2=feedback(G2,1)
>> step(sys2)
```



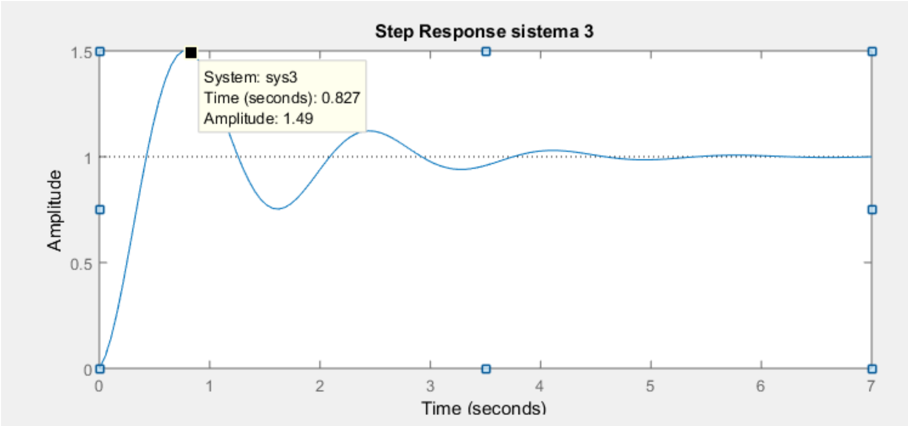
Gráfica 7

$$T_r = T_{90\%} - T_{10\%} = 103\ ms - 4.19\ ms \cong 99\ ms$$

<u>Sistema 3</u>: Incorporar un controlador Integral siempre que es posible, añade un polo en el origen a la ecuación característica del sistema y por ello se mejora automáticamente el error en estado estable. Pero el sobrepaso o las oscilaciones que genera un polo en el origen, pueden causar problemas. Piense en el caso de un ascensor de personal. Supongamos que se desea un sobrepaso $\boldsymbol{M_p}$ menor al 30%. Ya vimos que para los valores actuales para $\boldsymbol{K_p}$=0.7 y $\boldsymbol{K_i}$=10 el sobrepaso es de 43%. Utilizando el ensayo mediante gráficas variamos $\boldsymbol{K_p}$ y $\boldsymbol{K_i}$ de la manera siguiente:

$$K_p = 0.7;\ K_i = 15; \qquad G_{d(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) G_{1(s)} = \left(0.7 + \frac{15}{s}\right)\frac{1}{s+1}$$

```
>> G3=tf([0.7 15],[1 1 0]);

>> sys3=feedback(G3,1);

>> step(sys3)
```

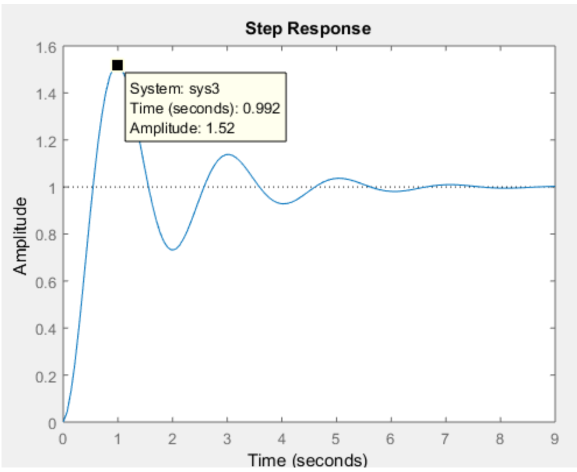


Gráfica 8

$$M_p = 49\% \ldots con\ K_p = 0.7;\ K_i = 15\ el\ sobrepaso\ empeora$$

$K_p = 0.3;\ K_i = 10;$ $\qquad G_{d(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) G_{1(s)} = \left(0.3 + \frac{10}{s}\right)\frac{1}{s+1}$

```
>> G3=tf([0.3 10],[1 1 0]);

>> sys3=feedback(G3,1);

>> step(sys3)
```

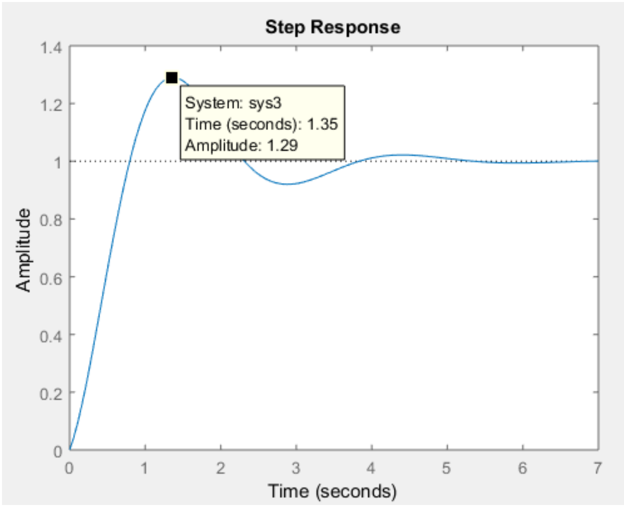


Gráfica 9

$$M_p = 52\% \ldots con\ K_p = 0.3;\ K_i = 10\ el\ sobrepaso\ empeora$$

$K_p = 0.7;\ K_i = 5;$ $\qquad G_{d(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) G_{1(s)} = \left(0.7 + \frac{5}{s}\right)\frac{1}{s+1}$

```
>> G3=tf([0.7 5],[1 1 0]);

>> sys3=feedback(G3,1);

>> step(sys3)
```



Gráfica 10

$$M_p = 29\% \ldots con\ K_p = 0.7;\ K_i = 5\ el\ sobrepaso\ mejora$$

En conclusión, una opción para cumplir con el requerimiento de un sobrepaso menor al 30% es mantener la ganancia del controlador proporcional en $\boldsymbol{K_p}$=0.7 y disminuir la ganancia del controlador integral a $\boldsymbol{K_i}$=5.