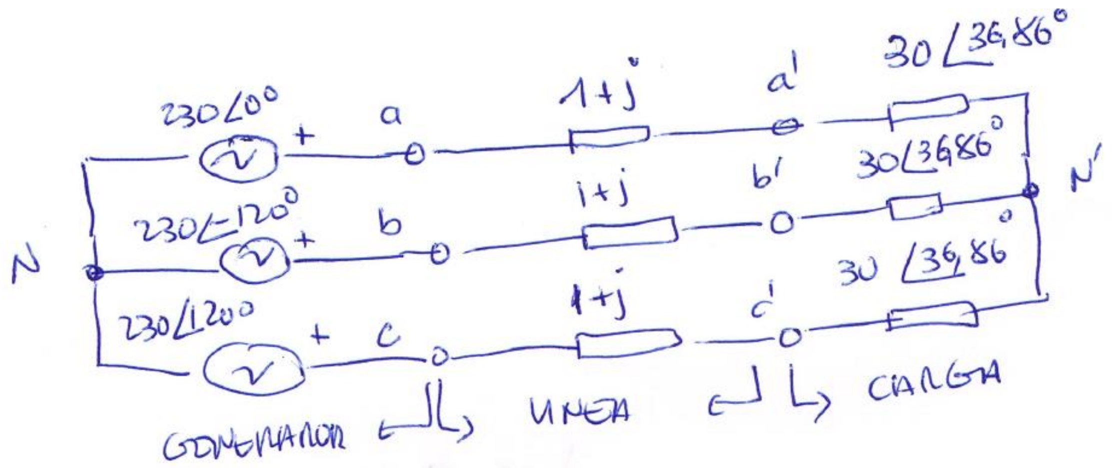
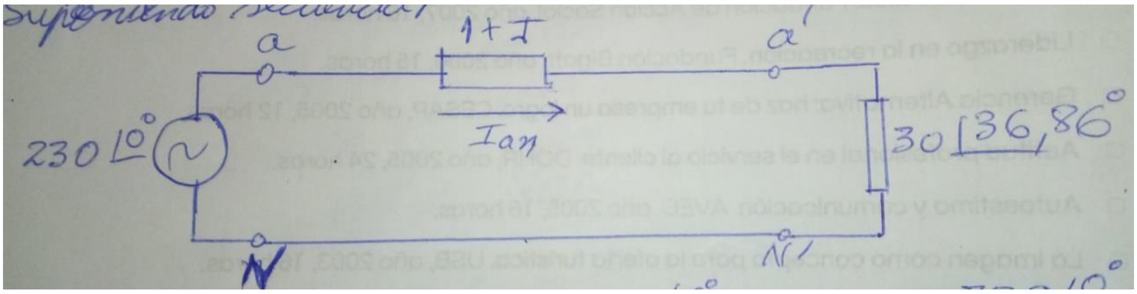
Ejercicio 1:



1. Intensidades de línea y de fase en el generador. Intensidades de línea y de fase en la carga.
2. Tensiones de línea y de fase en el generador y en la carga. Caída de tensión en la línea
3. Balance de potencias
4. Diagrama fasorial tensiones y corrientes de generador y de carga.

<u>Respuesta</u>:

1) Intensidades de línea y de fase en el generador. Intensidades de línea y de fase en la carga. Por ser un circuito trifásico balanceado podemos sustituirlo por un circuito monofásico equivalente para la fase **a** (secuencia positiva):



$$Z_L = 30 < 36.86° \ \Omega = 24 + 18j \ \Omega$$

$$\overrightarrow{I_{aN}} = \frac{230 < 0°}{(1 + j + 24 + 18j)} = \frac{230 < 0°}{(25 + 19j)} = \frac{230 < 0°}{31.40 < 37.23°}$$

$$\overrightarrow{I_{aN}} = 7.32 < -37.23°$$

$$\overrightarrow{I_{bN}} = \overrightarrow{I_{aN}} * < -120° = 7.32 < -157.23°$$

$$\overrightarrow{I_{cN}} = \overrightarrow{I_{aN}} * < 120° = 7.32 < 82.77°$$

En definitiva, las corrientes de línea y de fase del generador son iguales entre ellas, e iguales a las corrientes de línea y de fase de la carga porque se trata de una red Y-Y. Ellas son:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_{aN}}} = \mathbf{7.32 < -37.23^\circ}\ \boldsymbol{A}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_{bN}}} = \mathbf{7.32 < -157.23^\circ}\ \boldsymbol{A}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_{cN}}} = \mathbf{7.32 < 82.77^\circ}\ \boldsymbol{A}$$

Dónde $\overrightarrow{I_{aN}} = \overrightarrow{I_{a'N'}}$.

2) Tensiones de línea y de fase en el generador y en la carga. Caída de tensión en la línea.

<u>Tensiones de fase del generador</u>:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{aN}}} = \mathbf{230 < 0^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{bN}}} = \mathbf{230 < -120^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{cN}}} = \mathbf{230 < 120^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

<u>Tensiones de línea del generador</u>:

$$\overrightarrow{V_{ab}} = \overrightarrow{V_{aN}} + \overrightarrow{V_{Nb}} = \sqrt{3}(230 < 0^\circ)(1 < 30^\circ) = 398.37 < 30^\circ\ V$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{ab}}} = \mathbf{398.37 < 30^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{bc}}} = \mathbf{398.37 < -90^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{ca}}} = \mathbf{398.37 < 150^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

<u>Tensiones de fase de la carga</u>:

$$\overrightarrow{V_{a'N'}} = \overrightarrow{I_{aN}}(30 < 36.86^\circ) = (7.32 < -37.23^\circ\ A)(30 < 36.86^\circ\ \Omega)$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{a'N'}}} = \mathbf{219.6 < -0.37^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{b'N'}}} = \mathbf{219.6 < -120.37^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_{c'N'}}} = \mathbf{219.6 < 119.63^\circ}\ \boldsymbol{V}$$

Tensiones de línea de la carga:

$$\overrightarrow{V_{a'b'}} = \overrightarrow{V_{a'N'}} + \overrightarrow{V_{N'b'}} = \sqrt{3}(219.6 < -0.37^\circ\ V)((1 < 30^\circ))$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{a'b'}} = 380.36 < 29,63^\circ\ \ V}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{b'c'}} = 380.36 < -90,37^\circ\ \ V}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{c'a'}} = 380.36 < 149,63^\circ\ \ V}$$

Caída de tensión en la línea:

$$\overrightarrow{V_{aa'}} = \overrightarrow{I_{aN}}(1 + j) = (7.32 < -37.23^\circ\ A)(1.41 < 45^\circ)$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{aa'}} = 10.32 < 7.77^\circ}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{bb'}} = 10.32 < -112.23^\circ}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{cc'}} = 10.32 < 127.77^\circ}$$

3) Balance de potencias.

Es suficiente considerar una fase ya que el sistema está balanceado. En el generador tenemos que:

$$\overrightarrow{V_{aN}} = 230 < 0^\circ\ V; \qquad \overrightarrow{I_{aN}} = 7.32 < -37.23^\circ\ A$$

El generador:

La potencia compleja $\boldsymbol{S_s}$ entregada por la fuente es:

$$\overrightarrow{S_s} = -3\overrightarrow{V_{aN}}\left(\overrightarrow{I_{aN}}\right)^* = -3(230 < 0^\circ\ )(7.32 < 37.23^\circ\ )$$

$$\overrightarrow{S_s} = -5050.8 < 37.23^\circ\ \ VA$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{S_s} = -4021.51 - j3055.82\ \ VA}$$

La potencia promedio activa absorbida por la fuente es **-4021.51 W** y la potencia reactiva absorbida por la fuente es **-3055.82 VAR**.

En la carga:

$$\overrightarrow{I_{aN}} = \overrightarrow{I_{a\prime N\prime}} = 7.32 < -37.23° \ \ A$$

$$Z_L = 30 < 36.86° \ \ \Omega$$

La potencia compleja ***S**$_L$* absorbida por la carga es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_s}} = \mathbf{3}|I_{aN}|^2 Z_L = 3 * (7.32)^2 * (30 < 36.86°) = 4822{,}42 < 36.86°\, VA$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_s}} = \mathbf{3858.44 + \boldsymbol{j}2892.79} \ \ \ \boldsymbol{VA}$$

La potencia promedio activa absorbida por la carga es **3858.44 W** y la potencia reactiva absorbida por la fuente es **2892.79 VAR**.

En la línea:

$$\overrightarrow{I_{aN}} = \overrightarrow{I_{aa\prime}} = 7.32 < -37.23° \ \ A$$

$$Z_{linea} = 1 + j \ \ \Omega$$

La potencia compleja ***S**$_{linea}$* absorbida por la línea es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_l}} = \mathbf{3}|I_{aN}|^2 Z_{línea} = 3 * (7.32)^2 * (1.41 < 45°) = 226.65 < 45° \ \ \ VA$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_{l\imath nea}}} = \mathbf{160.27 + \boldsymbol{j}160.27} \ \ \ \boldsymbol{VA}$$

La potencia promedio activa absorbida por la línea es **160.27 W** y la potencia reactiva absorbida por la fuente es **160.27 VAR**.

Ahora vamos a comprobar que la potencia entregada por el generador es la misma que la potencia absorbida por la carga y la línea:

$$-\overrightarrow{S_s} = \overrightarrow{S_s} + \overrightarrow{S_{l\imath nea}}$$

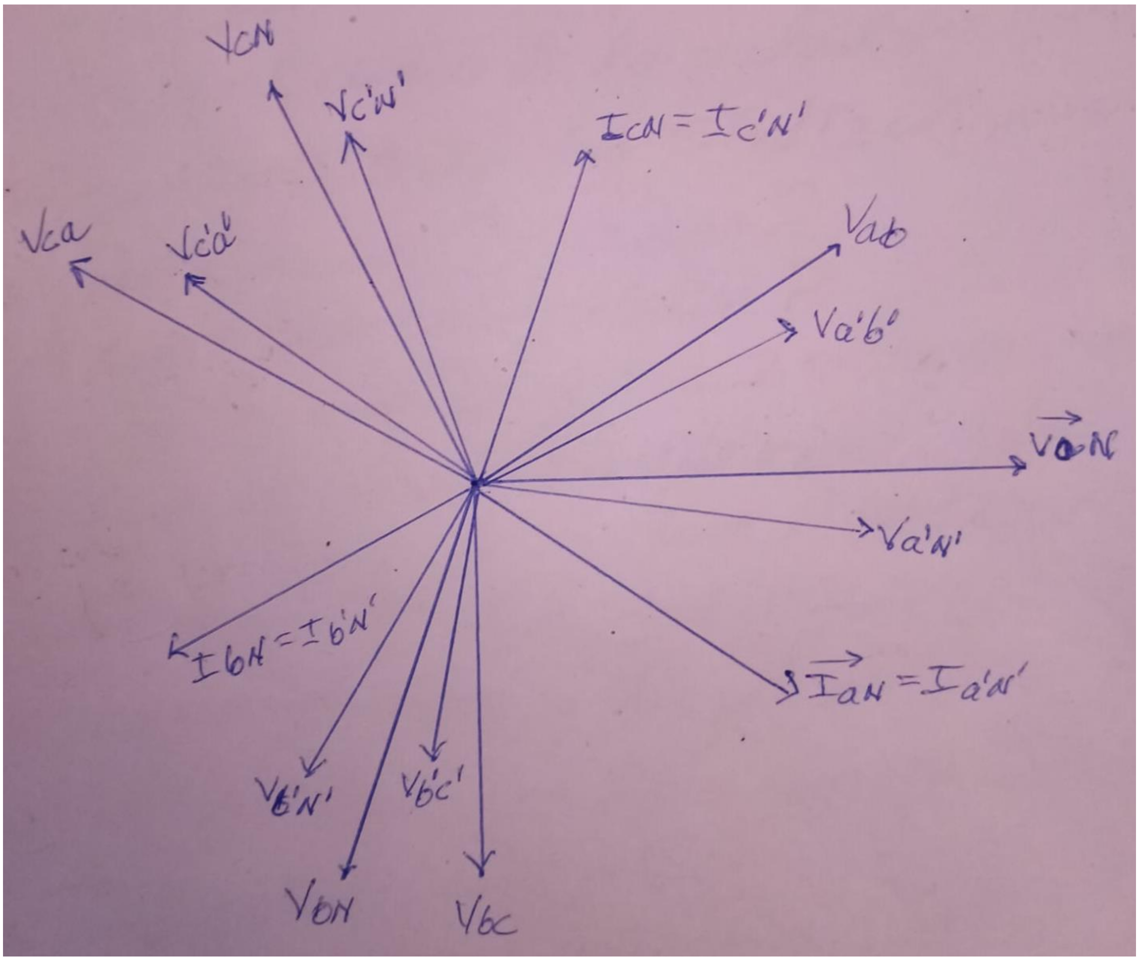
$$4021.51 + j3055.82 \ \ \ VA \cong (3858.44 + j2892.79 + 160.27 + j160.27) VA$$

$$4021.51 + j3055.82 \ \ \ VA \cong 4018.71 + j3053{,}06$$

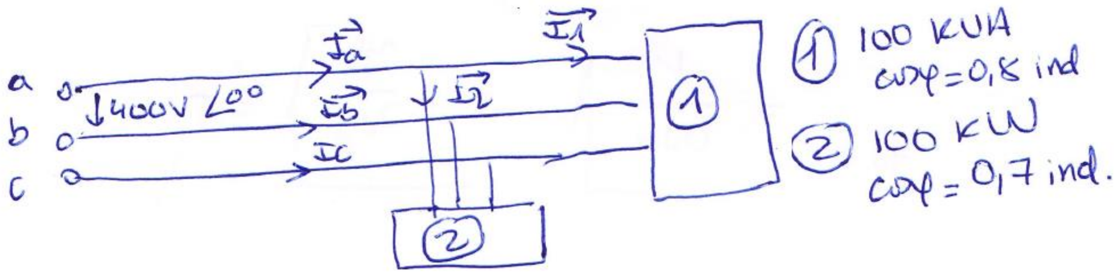
Por lo tanto se demuestra que:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_s}} + \overrightarrow{\boldsymbol{S_s}} + \overrightarrow{\boldsymbol{S_{l\imath nea}}} \cong \mathbf{0}$$

4) Diagrama fasorial tensiones y corrientes de generador y de carga



Ejercicio 2:



1. Corrientes absorbidas por cada uno de los receptores y la corriente total de la línea.
2. Potencia activa, reactiva y aparente en cada una de las cargas, y las totales del conjunto de las dos cargas.
3. Capacidad de la batería de condensadores que habría que colocar en Y con las cargas para compensar el factor de potencia a la unidad.

Solución:

1) Corrientes absorbidas por cada uno de los receptores y la corriente total de la línea. Puesto que:

$$S = \sqrt{3}V_L I_L; \quad potencia\ aparente$$

Se aplica esto a cada carga para hallar la corriente en cada fase:

<u>Receptor 1</u>:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}V_L}$$

Dónde:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V_L}} = 400 < 0^\circ \ \ V\,rms; \qquad V_L = 400 \ \ V; \qquad S_1 = 100 \ \ kVA$$

Entonces:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}V_L} = \frac{100 \ \ kVA}{\sqrt{3}(400 \ \ V)} = 144.34 \ \ A$$

Calculamos el valor para el ángulo θ_1 del receptor 1:

$$cos\theta_1 = 0.8\,inductivo; \quad \theta_1 = \cos^{-1}(0.8) = 36.87°; \quad sen\theta_1 = 0.6$$

Dado que en el receptor 1 el factor de potencia está en atraso, la corriente está en atraso con respecto al voltaje de referencia $\boldsymbol{V_L}$. Por tanto, la corriente absorbida por el receptor 1 es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_1}} = \mathbf{144.34 < -36.87^\circ \ \ A}$$

Receptor 2:

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}V_L}$$

Dónde:

$$V_L = 400 \quad V; \qquad S_2 = \frac{P_2}{cos\theta_2} = \frac{100 \quad kW}{0.7} = 142.86 \quad kVA$$

Entonces:

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}V_L} = \frac{142.86 \quad kVA}{\sqrt{3}(400)} = 206.2 \ A$$

Dado que en la carga 2 el factor de potencia está en atraso, la corriente está en atraso con respecto al voltaje. Por tanto:

$$\theta_2 = cos(0.7)^{-1} = 45.57°$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_2}} = 206.2 < -45.57° \ A$$

La corriente de línea $\boldsymbol{I_a}$ total es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_a}} = \overrightarrow{\boldsymbol{I_1}} + \overrightarrow{\boldsymbol{I_2}} = (144.34 < -36.87° + 206.2 < -45.57°) \ A$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_a}} = (115.47 - j86.6 + 144.35 - j147.25) \ A = (259.82 - j233.85) \ A$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_a}} = \mathbf{349.56 < -41.99° \ \boldsymbol{A}}$$

Suponiendo una secuencia directa, las demás corrientes de línea se pueden obtener considerando el desfase $\pm 120°$ entre ellas:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_b}} = 349.56 < -161.99° \ A$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{I_c}} = 349.56 < 78.01° \ A$$

2) Potencia activa, reactiva y aparente en cada una de las cargas, y las totales del conjunto de las dos cargas.

Receptor 1:

a) En cuanto a la carga 1, dado que la potencia aparente $\boldsymbol{S_1}$ es:

$$S_1 = 100\ kVA; \quad cos\theta_1 = 0.8; \quad sen\theta_1 = 0.6$$

Por lo tanto, la potencia activa $\boldsymbol{P_1}$ consumida por la carga 1 es:

$$P_1 = S_1 cos\theta_1 = (100\ kVA)(0.8) = 80\ kW$$

Luego, la potencia reactiva $\boldsymbol{Q_1}$ consumida por la carga 1 es:

$$Q_1 = S_1 sen\theta_1 = (100\ kVA)(0.6) = 60\ kVAR$$

De esta manera, la potencia compleja $\overrightarrow{\boldsymbol{S_1}}$ consumida debida a la carga 1 es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_1}} = P_1 + jQ_1 = 80 + j60\ \ kVA$$

Receptor 2:

En cuanto a la carga 2, dado que la potencia activa $\boldsymbol{P_2}$ es::

$$P_2 = 100\ kW; \ cos\theta_2 = 0.7; \quad sen\theta_2 = 0.72$$

Luego, en cuanto a la carga 2, la potencia aparente $\boldsymbol{S_2}$ es:

$$S_2 = \frac{P_2}{cos\theta_2} = \frac{100\ kW}{0.7} = \ 142{,}86\ kVA$$

Por su parte, la potencia reactiva $\boldsymbol{Q_2}$ consumida por la carga 2 es:

$$Q_2 = S_2 sen\theta_2 = (142{,}86\ kVA)(0.72) = 102.86\ kVAR$$

De esta manera, la potencia compleja debida a la carga 2 es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_2}} = P_2 + jQ_2 = 100 + j102.86\ \ kVA$$

La potencia compleja total $\overrightarrow{\boldsymbol{S_T}}$ absorbida por ambas cargas es:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_T}} = \overrightarrow{\boldsymbol{S_1}} + \overrightarrow{\boldsymbol{S_2}} = (80 + j60 + 100 + j102.86)kVA$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{S_T}} = 180 + j162.86 \quad kVA = 242.74 < 42.14° \quad kVA$$

En total, el conjunto de las dos cargas consume:

$$\boldsymbol{P_T = 180\ \ kW} \quad potencia\ activa\ total;$$

$$\boldsymbol{Q_T = 162.86\ \ kVar} \quad potencia\ reactiva\ total$$

$$\boldsymbol{S_T = 242.74 \quad kVA} \quad potencia\ aparente\ total$$

$$\boldsymbol{fp_T} = \cos(\mathbf{42.14}°) = 0.74 \ \ factor\ de\ potencia - \ atrasado$$

3) Capacidad de la batería de condensadores que habría que colocar en Y con las cargas para compensar el factor de potencia a la unidad.
La potencia reactiva necesaria para aumentar el factor de potencia a 1 puede determinarse en la ecuación siguiente:

$$Q_c = P\left(tan\theta_{antiguo} - tan\theta_{nuevo}\right)$$

Dónde:

$$P = 180 \ \ kW$$

$$\theta_{antiguo} = 42.14°$$

$$\theta_{nuevo} = cos(1)^{-1} = 0°$$

Por tanto:

$$Q_c = (180 \ \ kW)(\tan(42.14°) - \tan(0°)) = 162.87 \ \ kVAR$$

Esta potencia reactiva es para un banco de tres capacitores en su totalidad. Para cada capacitor toca:

$$Q_c' = \frac{162.87 \ \ kVAR}{3} = 54.3 \ \ kVAR$$

La capacitancia de cada capacitor del banco de condensadores requerido para aumentar el factor de potencia de la carga a 1 es:

$$C = \frac{Q_c'}{\omega V_{rms}^2} = \frac{(54.3 \ \ kVAR)}{(2\pi 50)(400)^2} = \frac{(\mathbf{54.3 \ \ kVAR})}{\mathbf{50265482,46}} = \mathbf{1.1 \quad mF}$$